

LIVRET DU PROFESSEUR

À PROPOS DU BOULIER CHINOIS

REMARQUES PRÉLIMINAIRES

Ce livret est à destination des professeurs qui souhaitent mettre en place des séances en classe avec le boulier chinois pour l'apprentissage de la numération décimale, des nombres et des opérations. Il présente un mode d'emploi du boulier ainsi que des remarques pour la mise en place en classe. Il se complète par des séquences pour les classes.

Le boulier chinois est ici pensé comme un moyen de travailler les différentes manières de coder les nombres et vient compléter les autres codages en usage en classe : représentations de constellations, sur les doigts, écriture en chiffres, écritures en lettres, etc.

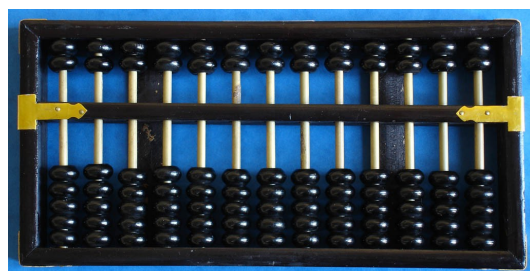
Nous pensons que l'étude du boulier chinois en classe permet de développer une démarche d'investigation. En effet, l'utilisation d'un support qui permet de montrer à la classe les propositions des élèves pour débattre de la validité des résultats est importante. Par support, on entend un TNI (tableau numérique interactif), ou un vidéoprojecteur avec un boulier posé dessus, ou encore le cadre du boulier aimanté au tableau (avec des aimants pour les boules).

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|--|-----------|
| 1. Le mode d'emploi du boulier chinois..... | <u>2</u> |
| 1.1 Inscrire et lire un nombre..... | <u>2</u> |
| 1.2 L'addition | <u>4</u> |
| 1.3 La soustraction..... | <u>5</u> |
| 1.4 La multiplication | <u>6</u> |
| 1.5 Prolongements et conclusion..... | <u>7</u> |
| 2. Quelques pistes pour une progression pour la classe..... | <u>8</u> |
| 3. Le boulier virtuel..... | <u>9</u> |
| 3.1 Les icônes..... | <u>9</u> |
| 3.2 Déplacer les boules pour inscrire des nombres..... | <u>9</u> |
| 3.3 Horizontalité et verticalité..... | <u>10</u> |
| 4. Le vocabulaire pour la classe : quels apprentissages visés ?..... | <u>10</u> |
| 5. Le matériel pour la classe..... | <u>10</u> |
| Annexe | <u>11</u> |

1. LE MODE D'EMPLOI DU BOULIER CHINOIS

Ce mode d'emploi du boulier chinois est une version longue de l'article intitulé *Boulier chinois et algorithmes de calcul* paru dans la revue Plot en 2009¹ et dont la fiche d'exercices est en Annexe. Cet article analyse le lien entre les techniques de calcul sur le boulier chinois et les algorithmes envisageables en papier-crayon. Nous présentons la lecture, l'inscription des nombres sur le boulier puis l'addition, la soustraction et la multiplication. La notion de numération de position et en particulier d'échanges entre les rangs est centrale pour cette analyse. En particulier, les différentes manières de coder les nombres, la notion de retenue, la soustraction par emprunts, et la multiplication décomposée sont explicités sur le boulier et en écriture chiffrée. Nous remercions Valérie Larose qui nous a autorisée à le reproduire ici².



Un boulier chinois indiquant zéro

Notre intention est de présenter le boulier chinois (ou suan-pan) pour une étude en classe de mathématiques. Nous analysons en particulier le lien entre les techniques de calcul sur le boulier chinois et les algorithmes envisageables en papier-crayon. Le boulier est répandu en Chine depuis le 12^{ème} siècle, et probablement présent depuis les premiers siècles après J.-C. L'étude que nous proposons ici est *occidentalisée*, c'est-

à-dire dans l'objectif d'un apprentissage sur la numération et les algorithmes, et non pour un apprentissage précoce et automatique des techniques.

Pour la lecture de ce document, nous recommandons d'avoir un boulier à portée de main. Pour la classe, il sera nécessaire d'avoir au moins un boulier pour deux élèves, ainsi qu'un rétroprojecteur sur lequel on pose le boulier ou bien des aimants à placer au tableau sur un cadre de boulier dessiné. On pourra aussi utiliser un boulier virtuel³.

Nous allons maintenant développer la lecture et l'inscription des nombres sur le boulier puis l'addition, la soustraction et la multiplication.

1.1 Inscrire et lire un nombre

Dans un dossier publié en ligne⁴, nous présentons l'étude du boulier chinois en classe à partir de la question directement posée aux élèves : *Comment fonctionne le boulier chinois ?* Ici, nous allons répondre à cette question. La photo ci-contre du boulier indique zéro, pour inscrire un nombre on déplace les boules. Sur une même tige, on dispose de 7 boules : deux *quinaires* (dans la partie supérieure qui valent chacune cinq) et cinq *unaires* (dans la partie inférieure qui valent chacune un). Pour inscrire un nombre, on clique les boules vers la barre centrale du boulier. Chaque tige du boulier correspond à une position de la numération : la tige de droite représente les unités, la deuxième tige en partant de la droite les dizaines, la troisième les centaines, etc. Par exemple, le boulier ci-dessous indique 50 947. Dans les

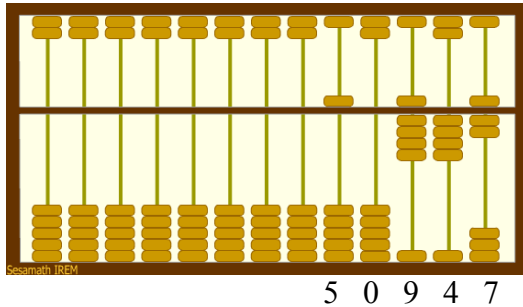
¹ Poisard, C. (2009). Boulier chinois et algorithmes de calcul. *Plot* 27, 22-25. Téléchargeable avec une fiche d'exercices sur <http://www.apmep.asso.fr/Sommaire-du-numero-27-3eme-trim>

² Revue Plot : <http://www.apmep.asso.fr/-PLOT,13->

³ Par exemple, le boulier virtuel du site Sésamath-IREM, dont sont issues les copies d'écran de cet article. http://cii.sesamath.net/lille/exos_boulier/exo1.html Voir la Rubrique *Coup de cœur* de Plot n 27.

⁴ Poisard, C. (2006). Dossier : *La fabrication et l'étude d'instruments à calculer*. Site Internet CultureMath, Rubrique Matériaux pour la classe. <http://culturemath.ens.fr/content/la-fabrication-et-letude-dinstruments-a-calculer-2109>

unités, on a activé une quinaire et deux unaires, dans les dizaines : quatre unaires, dans les centaines : une quinaire et quatre unaires, dans les unités de mille : aucune boule n'est activée et dans les dizaines de mille : une quinaire est activée.



On peut faire le lien entre l'écriture polynomiale des nombres et celle sur le boulier :

$$50947$$

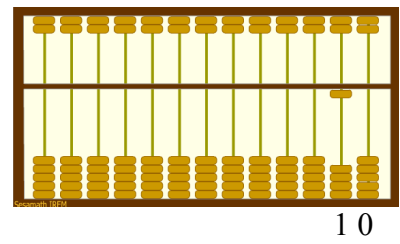
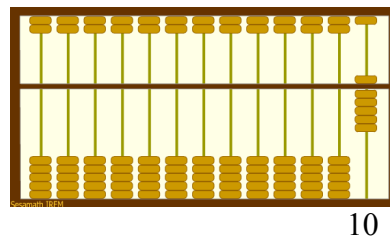
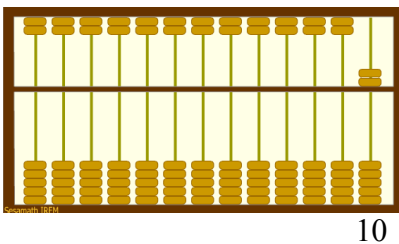
$$= 5 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

$$= 5 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 7$$

Examinons maintenant deux questions qui viennent spontanément à l'étude en classe : *Est-ce que les nombres ont alors une écriture unique ?*

Quel est le plus grand nombre que l'on peut inscrire sur le boulier ?

Tout d'abord, sur le boulier chinois, les nombres ne possèdent pas une unicité d'écriture. Par exemple, 5 peut s'écrire comme une quinaire ou cinq unaires. L'inscription d'une quinaire est plus *économique* dans le sens où elle déplace moins de boules, elle est aussi plus rapide à la lecture, c'est celle qui sera retenue pour l'inscription. Prenons un autre exemple. Combien existe-t-il de manières pour inscrire 10 sur le boulier chinois ? Trois manières : comme 10 dizaines, en activant soit deux quinaires, soit une quinaire et cinq unaires, soit comme une dizaine et zéro unité (on active alors une unaire dans les dizaines).



On propose la convention d'écriture de 10 comme une dizaine, et on utilise les échanges (et donc les deux autres écritures possibles) pour effectuer des calculs. Pour qu'il y ait unicité d'écriture, il faudrait que chaque tige ne possède qu'une quinaire et quatre unaires. En effet, ceci permet d'inscrire de 0 à 9 dans chaque position, le minimum nécessaire en base 10. C'est le cas du boulier japonais (ou soroban) qui possède donc cinq boules par tiges : une quinaire et quatre unaires ! Notre choix s'est porté vers le boulier chinois parce que justement cette non-unicité d'écriture permet de mettre en évidence la notion d'échange entre les rangs en numération de position. On peut dire que l'on *manipule les retenues à la main* sur le boulier chinois.

Maintenant, étudions la deuxième question : *Quel est le plus grand nombre inscriptible ?* C'est-à-dire, si toutes les boules sont activées, quel est le nombre inscrit sur le boulier ? Cette question est intéressante parce qu'elle nécessite de prendre de la distance avec le boulier pour y répondre, d'utiliser un codage. Prenons le cas d'un boulier à 13 tiges. Si dans chaque tige toutes les boules sont activées, on lit 15 dans chaque position et le nombre inscrit est alors :

$$15 + 150 + 1\,500 + \dots + 15 \cdot 10^{12}$$

$$= 15 \cdot (1 + 10 + 10^2 + \dots + 10^{12})$$

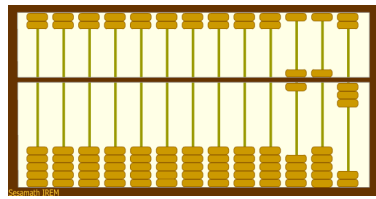
$$= 15 \cdot 1\,111\,111\,111\,111$$

$$= 16\,666\,666\,666\,665$$

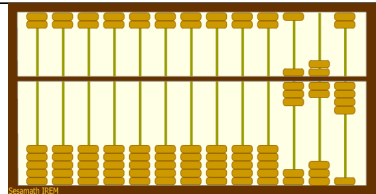
Ce nombre se lit : 16 trillions 666 milliards 666 millions 666 mille 665.

Concernant l'inscription et la lecture des nombres sur le boulier chinois, nous proposons une fiche d'exercices pour la classe en Annexe.

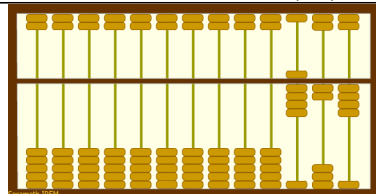
1.2 L'addition



6 5 3



8 (12) 4



9 2 4

Étudions l'addition avec retenue (653+271). La retenue est dans le rang des dizaines. Sur le boulier, on inscrit 653 puis par-dessus, on inscrit 271. On ne peut pas alors lire le résultat qui comporte 12 boules activées dans les dizaines (soit 120), il est donc nécessaire d'échanger 10 dizaines contre une centaine pour lire le résultat : 924. Cet échange se réalise *à la main*.

Il nous faut maintenant faire le lien avec l'écriture papier-crayon de ce calcul, comparons l'algorithme en colonnes et les techniques sur boulier.

L'algorithme en colonnes s'écrit :

$$\begin{array}{r} \overset{1}{6} \ 5 \ 3 \\ + \ 2 \ 7 \ 1 \\ \hline 9 \ 2 \ 4 \end{array}$$

Avec le boulier, on peut l'écrire en représentant les 12 dizaines :

$$\begin{array}{r} 6 \ 5 \ 3 \\ + \ 2 \ 7 \ 1 \\ \hline 8 \ 12 \ 4 \\ \hline 9 \ 2 \ 4 \end{array}$$

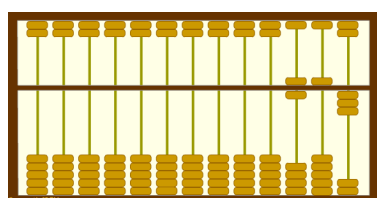
On peut aussi effectuer le calcul directement des 5 dizaines et 7 dizaines : $50+70=120$, c'est-à-dire :

$$\begin{array}{r} 6 \ 5 \ 3 \\ + \ 2 \ 7 \ 1 \\ \hline 4 \\ + \ 1 \ 2 \ 0 \\ + \ 8 \ 0 \ 0 \\ \hline 9 \ 2 \ 4 \end{array}$$

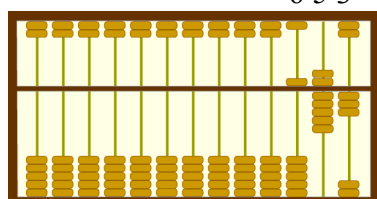
Dans certains cas, comme pour (653+281) par exemple, il est nécessaire d'effectuer des échanges avant la fin du calcul.

1.3 La soustraction

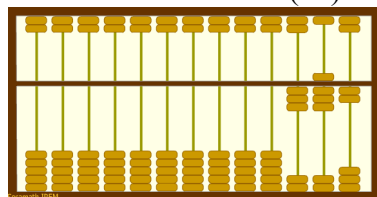
Étudions la soustraction avec retenues (653–271). Avec le boulier, la soustraction n'est pas immédiate dans le rang des dizaines, pour effectuer ce calcul, il faut emprunter une centaine à 653 que l'on écrira comme 10 dizaines. Sur le boulier, on désactive une unaire des centaines et on active une quinaire et 5 unaires dans les dizaines. On peut maintenant enlever 271 et lire le résultat : 382.



6 5 3



5 (15) 3



3 8 2

Comparons maintenant les techniques papier-crayon et boulier pour la soustraction. C'est la méthode par emprunts, très répandue dans le monde, en particulier anglo-saxon que l'on utilise sur le boulier. Cette méthode ne nécessite que des connaissances sur la numération de position. La méthode par ajouts parallèles, la plus répandue en France, est plus délicate à comprendre, elle nécessite de connaître la numération de position et aussi des propriétés opératoires. De plus, elle fait intervenir deux retenues que l'on écrit avec la même notation : 1, une retenue signifiant +10 et l'autre +1, ce qui est source de confusion.

La méthode par ajouts parallèles :

$$\begin{array}{r} 6 \text{ } 5 \text{ } 3 \\ - 2 \text{ } 7 \text{ } 1 \\ \hline 3 \text{ } 8 \text{ } 2 \end{array}$$

On a $653 - 271 = (653+100) - (271+100)$ et 100 s'écrit comme 10 dizaines (1ère ligne) puis une centaine (2ème ligne).

La méthode par emprunts :

$$\begin{array}{r} 5 \\ \cancel{6} \text{ } 15 \text{ } 3 \\ - 2 \text{ } 7 \text{ } 1 \\ \hline 3 \text{ } 8 \text{ } 2 \end{array}$$

On a $653 - 271 = (653-100+100) - 271$. On casse les 6 centaines (1ère ligne), il ne reste que 5 centaines et on ajoute 10 dizaines aux dizaines, ce qui donne 15 dizaines.

1.5 Prolongements et conclusion

On a vu que le boulier chinois est intéressant pour travailler sur la numération décimale, sur les grands nombres, et les algorithmes de calcul. Il l'est aussi pour travailler avec les nombres décimaux. En effet, il suffit de se donner une autre convention d'écriture des nombres, par exemple les unités seront inscrites sur la quatrième tige en partant de la droite, ce qui laisse la possibilité d'inscrire et d'effectuer des opérations avec des nombres à trois chiffres après la virgule.

Concernant la division sur le boulier, on peut utiliser l'algorithme traditionnel de la division, on effectue alors les soustractions au fur et à mesure sur le boulier. Par exemple, pour $(2\ 052:57)$.

$$\begin{array}{r} 2\ 0\ 5\ 2\ 5\ 7 \\ -\ 1\ 7\ 1\ \ \ 3\ 6 \\ \hline \ \ 3\ 4\ 2 \\ -\ 3\ 4\ 2 \\ \hline \ \ \ \ \ 0 \end{array}$$

On inscrit 2 052 sur la partie droite du boulier et on effectue la soustraction suivante : $2\ 052 - 1\ 710$. Pour travailler la multiplication et la division en classe, il est intéressant d'étudier un autre instrument de calcul : les bâtons de Néper⁵. Les multiplications sont alors ramenées à des additions et pour la division, on peut alors s'aider d'un répertoire multiplicatif.

Comme pour le boulier, ce qui nous paraît important pour une étude mathématique en classe, c'est d'explicitier les différents algorithmes utilisés : ceux papier-crayon et ceux mis en évidence sur l'instrument à calculer. En effet, l'utilisation d'instruments matériels est motivante pour les élèves, mais il faut dépasser la simple manipulation pour donner du sens aux concepts mathématiques en jeu. En particulier, les phases de synthèse en classe sont primordiales et nécessitent d'utiliser un vocabulaire précis (unaires, quinaires, unités, dizaines, etc.) et du matériel spécifique (matériel aimanté à placer au tableau, ou un retro-projecteur ou un vidéo-projecteur).

⁵ Poisard, C. (2006). Dossier : *La fabrication et l'étude d'instruments à calculer*. Site Internet CultureMath, Rubrique Matériaux pour la classe. <http://culturemath.ens.fr/content/la-fabrication-et-letude-dinstruments-a-calculer-2109>

2. QUELQUES PISTES POUR UNE PROGRESSION POUR LA CLASSE

Cette progression a été publiée sur le site Culturemath en 2006⁶. Nous remercions Éric Vandendriessche qui nous a autorisé à le reproduire ici⁷.

Nous proposons une progression, c'est-à-dire quelques exercices, pour l'étude du boulier. L'enjeu est d'aboutir à une institutionnalisation par le professeur.

- Inscrire et lire : 0, 3, 5, 7, 10, 17, 218, 500, 1 728, 5 399. On remarquera que l'on a deux possibilités pour inscrire cinq, et trois pour inscrire dix. On pourra se mettre d'accord sur une écriture économique c'est-à-dire qui déplace le moins de boules possible.
- Effectuer les additions suivantes : $17+2$, $132+12$, $240+17$, $17+5$, $25+8$, $1\ 728+27$, $629+3$, $3\ 902+825$, $12,56+34,129$.

Réponses :

$$17+2=19$$

$$132+12=144$$

$$240+17=257 \text{ (cinq unaires = une quinaire)}$$

$$17+5=22 \text{ (retenue : dix unités = une dizaine)}$$

$$25+8=33 \text{ (retenue)}$$

$$1\ 728+27=1855 \text{ (retenue, on peut utiliser l'astuce } 27=30-3)$$

$$629+3=632 \text{ (retenue, dans les unités l'équivalence est à effectuer pendant le calcul ou on utilise que } 3=5-2)$$

$$3\ 902+825=4\ 727 \text{ (retenue, on a 17 centaines ce qui est impossible à inscrire, on doit donc effectuer l'équivalence en cours d'addition ou utiliser que } 800=1\ 000-200)$$

$$12,56+34,129=46,689.$$

- Effectuer les soustractions suivantes : $534-21$, $825-3$, $163-81$, $1\ 038-55$, $800-99$.

Réponses :

$$534-21=513$$

$$825-3=822 \text{ (cinq unaires = une quinaire)}$$

$$163-81=82 \text{ (retenue, une centaine = dix dizaines ou } -80 = -100+20)$$

$$1\ 038-55=983 \text{ (retenue, un millier = dix centaines et une centaine = dix dizaines)}$$

$$800-99=701 \text{ (-99 = -100+1)}$$

- Effectuer les multiplications suivantes : $37 \cdot 25$, $561 \cdot 37$, $123 \cdot 109$, $172 \cdot 49$.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 5\ 6\ 1 \\
 \cdot \quad 3\ 7 \\
 \hline
 \quad 7 \\
 + \quad 4\ 2\ 0 \\
 + \quad 3\ 5\ 0\ 0 \\
 + \quad \quad 3\ 0 \\
 + \quad 1\ 8\ 0\ 0 \\
 + \quad 1\ 5\ 0\ 0\ 0 \\
 \hline
 2\ 0\ 7\ 5\ 7
 \end{array}
 \end{array}$$

La gestion des retenues peut se réaliser en fin de calcul si c'est possible (on peut inscrire jusqu'à 15 par tige) ou bien au fur et à mesure.

$$7 \cdot 1 = 7$$

$$7 \cdot 60 = 420$$

$$37 \cdot 25 = 925$$

$561 \cdot 37 = 20\ 757$. Nous rappelons ci-contre la décomposition pour ce calcul.

$$30 \cdot 1 = 30$$

$$30 \cdot 60 = 1800$$

$$123 \cdot 109 = 13\ 407$$

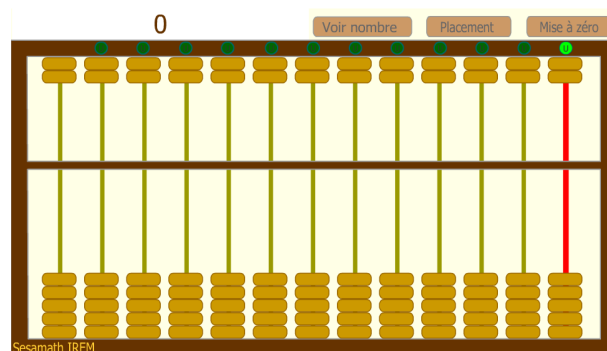
$$30 \cdot 500 = 15000$$

$$172 \cdot 49 = 8\ 428.$$

⁶ <http://culturemath.ens.fr/content/la-fabrication-et-letude-dinstruments-a-calculer-2109>

⁷ <http://culturemath.ens.fr/content/la-fabrication-et-letude-dinstruments-a-calculer-2109>

3. LE BOULIER VIRTUEL

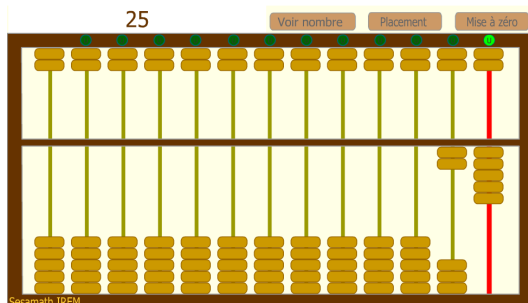


Le boulier virtuel que nous utilisons est un logiciel créé par l'IREM de Lille et Sésamath accessible en ligne : http://cii.sesamath.net/lille/exos_boulier/boulier.swf. Une série d'exercices plutôt pour le collègue est aussi accessible. Ici, nous utilisons le boulier en manipulation libre.

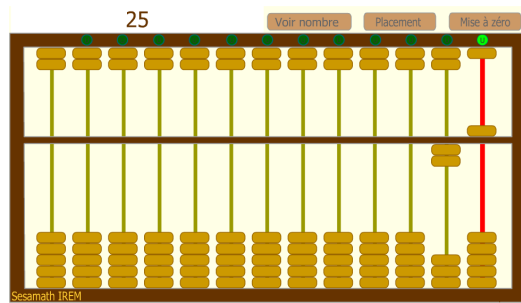
3.1 Les icônes

Ce boulier possède trois icônes :

- « Voir nombre » permet d'afficher (ou de masquer) l'écriture chiffrée des nombres. Ci-dessus, le boulier indique zéro.
- « Mise à zéro » permet de mettre l'affichage à zéro.
- « Placement » permet de passer d'une inscription quelconque à l'inscription économique d'un nombre. Par exemple, si 25 est codé deux unaires dans les dizaines et cinq unaires dans les unités, avec l'icône placement on obtient : deux unaires dans les dizaines et une quinaire dans les unités.



25 n'est pas inscrit ici en écriture économique.



25 en inscription économique (le moins de boules possible a été déplacé)

3.2 Déplacer les boules pour inscrire des nombres

Les boules se déplacent en cliquant dessus. On peut inscrire trois de deux manières : soit en cliquant sur chacune des boules : 1, 2, 3 (référence au comptage), soit en cliquant sur la troisième boule directement (référence à l'ordinalité). En général, un nouvel utilisateur a besoin d'un temps de manipulation dans le comptage avant d'utiliser l'ordinalité.

Pour inscrire 8, sur un boulier matériel on peut le faire d'un seul geste en claquant une quinaire et trois unaires vers la barre centrale. Sur le boulier virtuel, il faudra deux gestes au minimum : cliquer sur une quinaire et sur la troisième unaire.

3.3 Horizontalité et verticalité

Le boulier matériel est posé horizontalement devant l'utilisateur alors que le boulier virtuel est à la verticale. En classe, nous proposons de manipuler les deux bouliers : matériel et virtuel. Cette différence entre horizontalité et verticalité est rapidement maîtrisée par les élèves.

4. LE VOCABULAIRE POUR LA CLASSE : QUELS APPRENTISSAGES VISÉS ?

La question du vocabulaire est importante pour la verbalisation des apprentissages. Il semble nécessaire de manipuler les bouliers virtuels et matériels en verbalisant les actions. Nous proposons ici une liste du vocabulaire principal en jeu. Selon le niveau des élèves, le professeur incitera les élèves à l'utiliser. Concernant le boulier virtuel, le vocabulaire spécifique (icônes en particulier) est décrit au paragraphe 3 de ce livret.

Nous pensons que la parole doit accompagner le geste.

Pour manipuler les bouliers, il semble nécessaire d'utiliser le vocabulaire suivant :

- **Lire et inscrire un nombre sur un boulier (matériel, virtuel ou sur un cadre papier).**

Le terme *écrire un nombre* est utilisé pour l'écriture papier-crayon d'un nombre en chiffres ou en lettres ; mais on *inscrit* (ou code) un nombre sur le boulier en déplaçant des boules vers la *barre de lecture* (barre centrale). On peut aussi inscrire un nombre sur le boulier en dessinant des boules (voir les fiches). Inscrire (ou encore coder) nous paraissent un vocabulaire spécifique adapté.

- **Unaire et quinaire activées (ou désactivées) sur une tige.**

Par exemple, pour inscrire 8 sur le boulier : on active une quinaire et trois unaires sur la tige des unités. Ou encore, pour inscrire 572 en *inscription économique*, on dit qu'on active une quinaire dans les centaines, une quinaire et deux unaires dans les dizaines et deux unaires dans les unités. *Tige* est l'équivalent de *rang* (ou colonne) dans la numération de position.

5. LE MATÉRIEL POUR LA CLASSE

Afin de pouvoir montrer à la classe une inscription sur le boulier, le tableau numérique interactif (TNI) ou le vidéo-projecteur complètent très bien le logiciel. Les élèves et le professeur peuvent manipuler le boulier virtuel avec le TNI pour des phases de discussions collectives. Sans matériel informatique, il est possible de poser un boulier (de préférence assez petit) sur un rétro-projecteur, ou bien de dessiner un cadre de boulier au tableau et de manipuler des aimants à la place des boules. Il est important de pouvoir montrer à la classe comment manipuler le boulier. Ce travail de manipulation du boulier matériel et virtuel se complète par un travail sur fiche pour inscrire et lire des nombres sur le boulier (Annexe) afin de pouvoir évaluer le niveau des élèves et faire le lien avec l'écriture chiffrée des nombres.

Il est possible d'acheter des bouliers chinois dans les grandes surface asiatiques en France. Une autre solution est de fabriquer des bouliers avec les élèves en élaborant un travail en mathématiques (mesure) et technologie, des pistes sont proposées dans le dossier de Culturemath⁸ à ce sujet.

⁸ <http://culturemath.ens.fr/content/la-fabrication-et-letude-dinstruments-a-calculer-2109>

ANNEXE

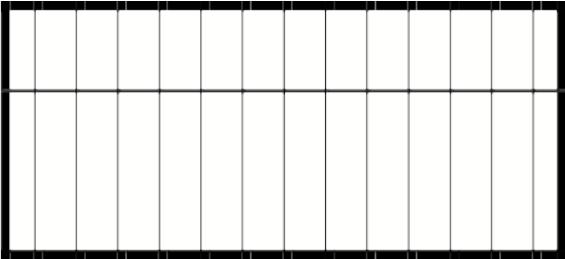
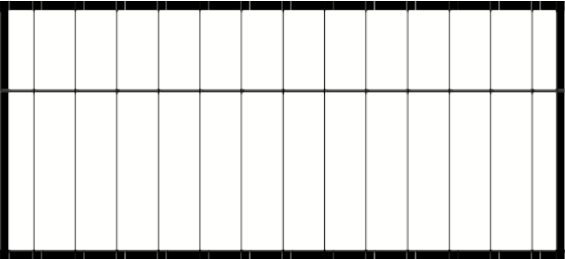
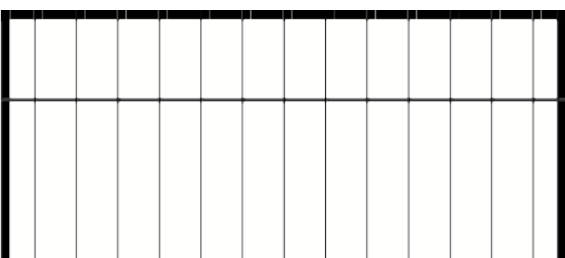
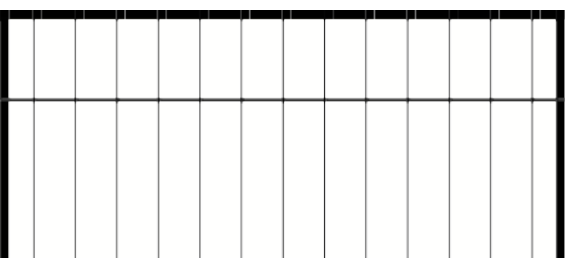
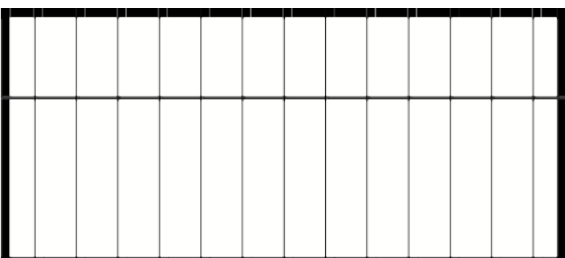
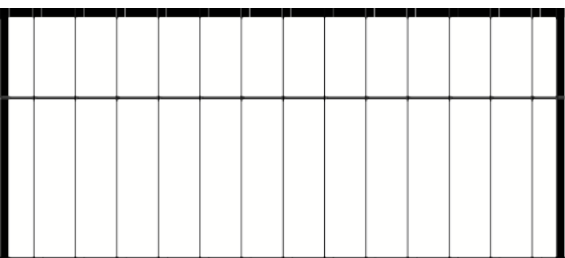


Fiche d'exercices

Lire et inscrire des nombres sur le boulier chinois

1. Inscrire des nombres

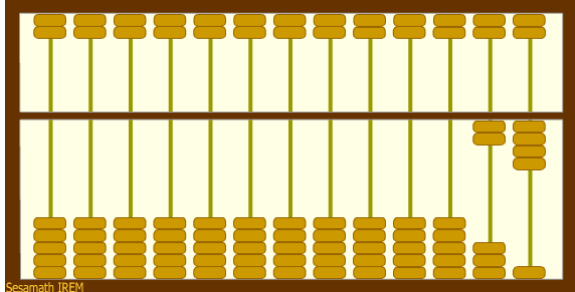
Dessiner sur chaque boulier chinois le nombre écrit en dessous. Ne dessiner que les boules activées.

| | |
|---|--|
| <p>Boulier n°1</p>  <p>231</p> | <p>Boulier n°2</p>  <p>167</p> |
| <p>Boulier n°3</p>  <p>63 542</p> | <p>Boulier n°4</p>  <p>60 653</p> |
| <p>Boulier n°5</p>  <p>999 754</p> | <p>Boulier n°6</p>  <p>8 200 177</p> |

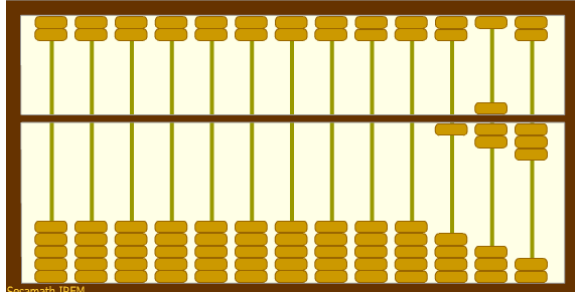
2. Lire des nombres

Écrire sous chaque boulier chinois⁹ le nombre inscrit sur celui-ci.

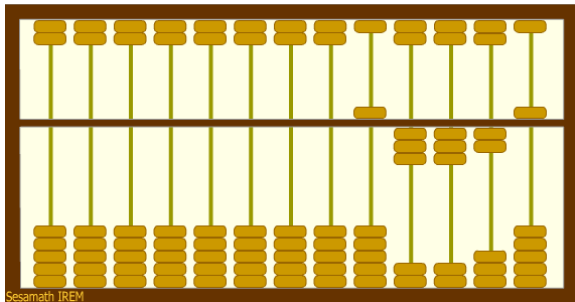
Boulier n°1



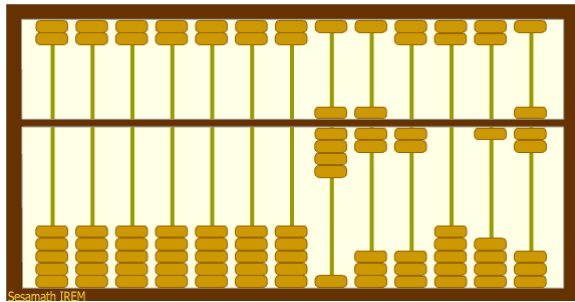
Boulier n°2



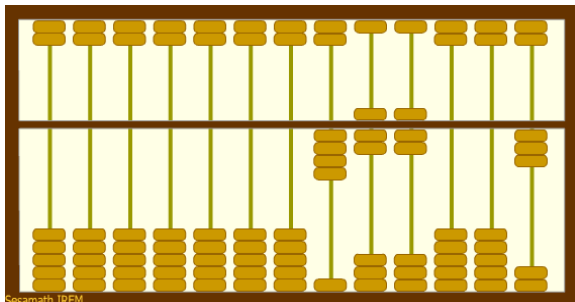
Boulier n°3



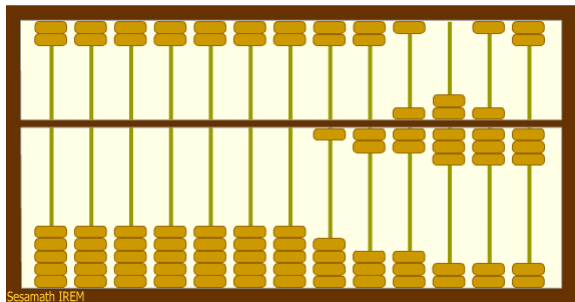
Boulier n°4



Boulier n°5



Boulier n°6

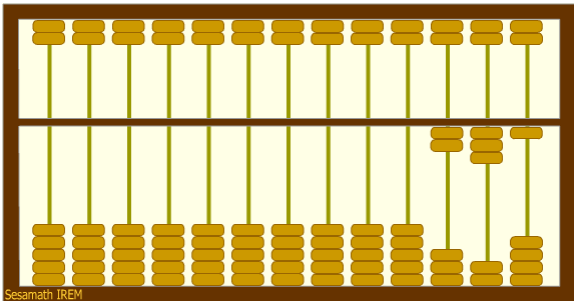
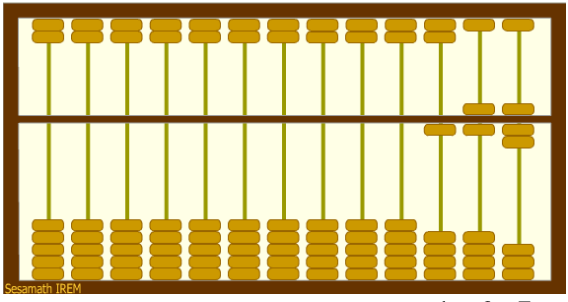
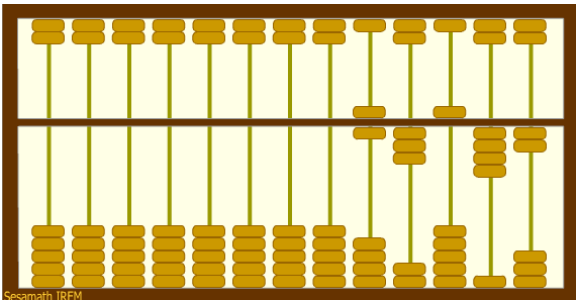
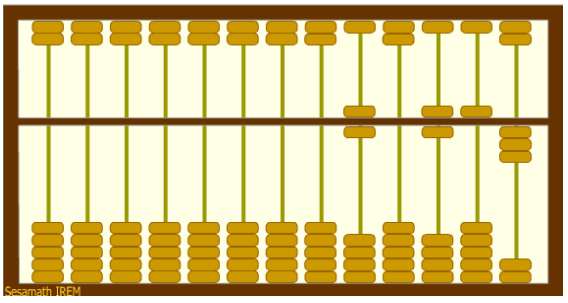
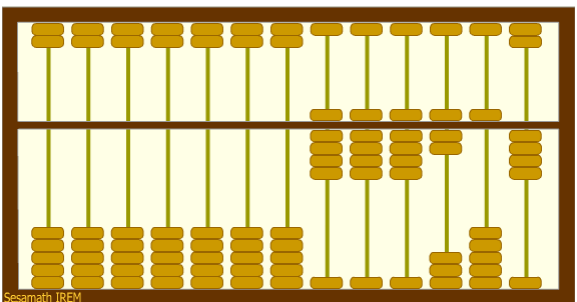
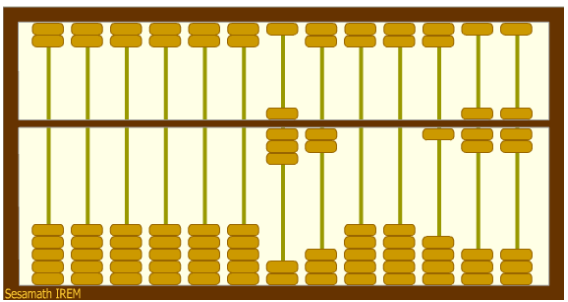


⁹ Les bouliers sont des copies d'écran du site Sésamath IREM : http://cii.sesamath.net/lille/exos_boulier/exo1.html

Réponses

1. Inscrire des nombres

Nous proposons ci-dessous des inscriptions des nombres les plus *économiques* possibles, c'est-à-dire avec le moins de boules déplacées. Par exemple, pour inscrire 5 dans un rang donné, on déplacera une quinaire plutôt que cinq unaires.

| | |
|---|--|
| <p>Boulier n°1</p>  <p>2 3 1</p> | <p>Boulier n°2</p>  <p>1 6 7</p> |
| <p>Boulier n°3</p>  <p>6 3 5 4 2</p> | <p>Boulier n°4</p>  <p>6 0 6 5 3</p> |
| <p>Boulier n°5</p>  <p>9 9 9 7 5 4</p> | <p>Boulier n°6</p>  <p>8 2 0 0 1 7 7</p> |

2. Lire des nombres

24, 173, 53 325, 972 017, 477 003, 128 383