

Nous analysons¹ ici des travaux d'élèves sur les grands nombres et les nombres décimaux ainsi que sur la question de recherche : « On considère que la tige de droite forme les unités, si toutes les boules sont activées : quel nombre est alors inscrit ? ».

Nous pointons deux erreurs assez classiques de compréhension de la numération :

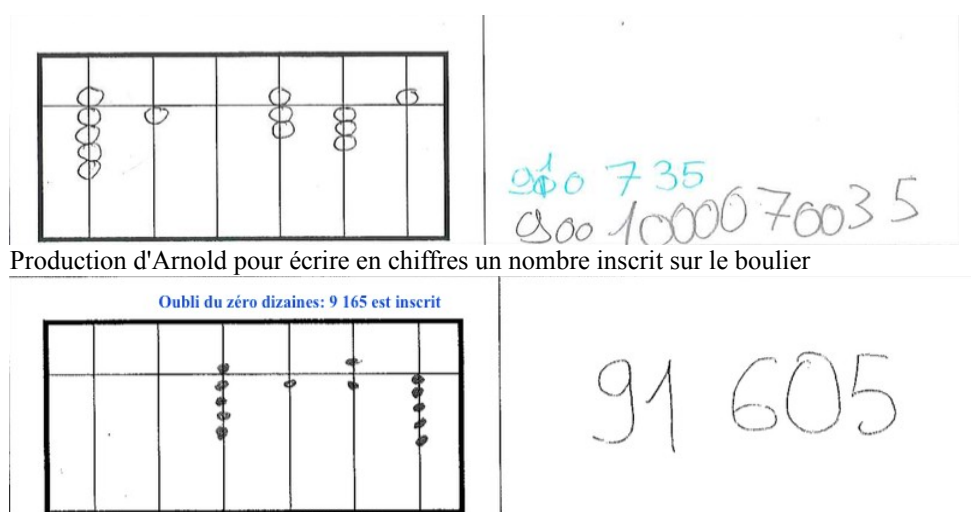
- le lien entre la signification orale et chiffrée des nombres
- le problème de compréhension des zéros intercalés dans un nombre.

Le boulier permet d'identifier des erreurs (ou de les repérer à nouveau) et de faire un travail de remédiation.

1. Les grands nombres : Arnold et Yann

Les deux tâches demandées sont : « écrire en chiffres un nombre entier inscrit sur le boulier » (Arnold) et « inscrire sur le boulier un nombre écrit en chiffres » (Yann) (figure 1).

- Sur le boulier proposé à Arnold, le nombre inscrit est 910 735 c'est-à-dire en toutes lettres : « neuf-cent-dix-mille-sept-cent-trente-cinq ». Arnold écrit ce qu'il entend en le lisant : 900 10 000 700 35.
- Pour Yann, le nombre à inscrire sur le boulier est 91 605, mais il inscrit 9 165 car il ne prend pas en compte l'inscription du zéro sur le boulier. Il ne laisse pas la tige des dizaines à zéro. Afin d'évaluer les apprentissages des élèves, il est important de leur demander d'écrire en chiffres et en lettres les nombres afin de bien repérer les éventuelles difficultés.



Production de Yann pour inscrire sur le boulier un nombre écrit en chiffres

Figure 1 : Réponses d'Arnold et Yann

2. Les nombres décimaux : Maïwenn et Mathieu

Nous analysons deux erreurs d'élèves pour un exercice qui propose un nombre décimal inscrit sur un boulier chinois (figure 2). La consigne pour les élèves est : « écrire ces nombres en lettres (unités, dixièmes, centièmes) et en chiffres ». Le nombre inscrit sur le boulier est 35,15 soit 35 unités, 1 dixième et 5 centièmes (figure 1).

- Maïwenn donne une réponse juste pour l'écriture en chiffres mais ne donne pas la bonne signification des chiffres dans ce nombre. Il semble qu'il y ait une confusion entre le rang des unités et la position de la virgule. En effet, la virgule sert de séparateur entre la partie

¹ Voir Poisard, C. (2017, juin). Ressources pour les professeurs au cycle 3 : quand un instrument de calcul ancien s'invite dans une classe utilisant les nouvelles technologies. *Actes du colloque de l'IREM de Poitiers*.

entière et la partie décimale et Maïwenn semble ne pas avoir acquis cela. De plus, elle mentionne les centièmes alors que seules deux tiges forment la partie décimale.

- Pour Matthieu, la réponse est juste pour l'écriture en chiffres et en lettres de la partie entière : 35 soit 3 dizaines et 5 unités. Par contre, il ne considère pas les deux rangs de la partie décimale et ajoute les deux inscriptions comme si elles étaient sur une seule tige (celle des dixièmes).

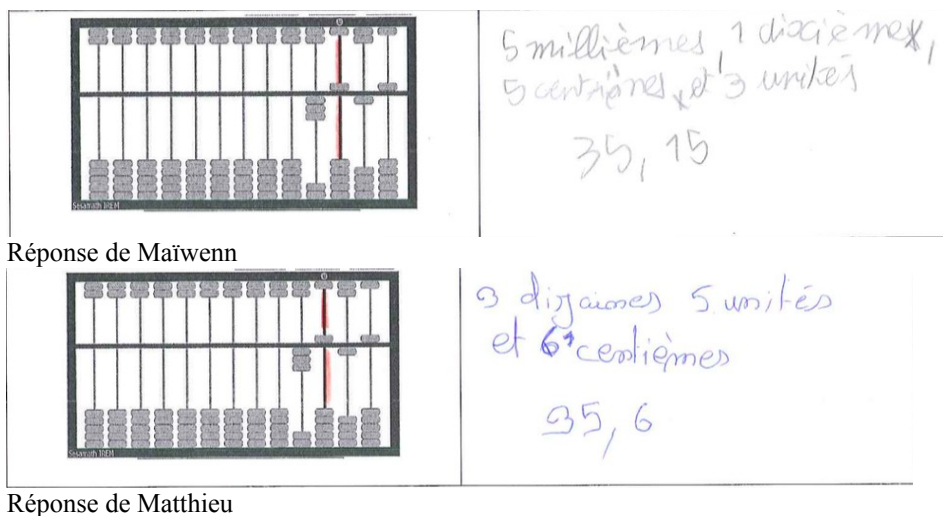
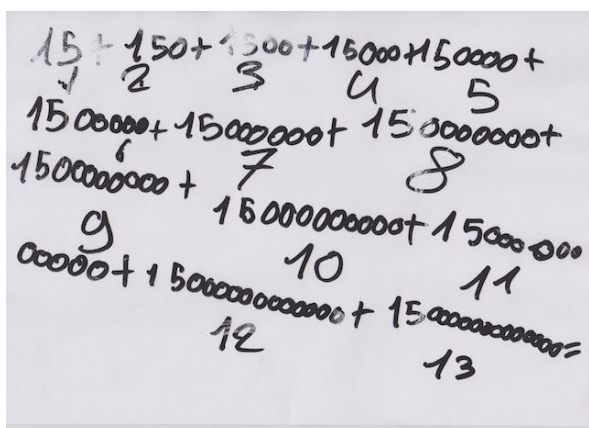


Figure 2 : Réponses de Maïwenn et Matthieu

3. Quel est le plus grand nombre inscriptible sur le boulier ? (unités sur la tige à l'extrémité droite)

Lors d'une séance, certains élèves ont cherché à répondre à la question : « Quel est le plus grand nombre inscriptible sur le boulier ? ».

- Sur cet exemple, Noé (figure 3) lit le nombre maximum inscrit sur une tige 15 (selon le rang) et écrit le calcul à effectuer. Il repère le numéro de la tige : 1 pour les unités, 2 pour les dizaines (15 dizaines vaut 150), etc. jusqu'à la 13ème tige. Il n'a pas ici posé l'opération pour donner le résultat, mais sa démarche est pertinente.



Production de Noé sur la recherche du plus grand nombre inscriptible sur le boulier chinois

Analyse de la question de recherche pour un boulier à 13 tiges :

$$\sum_{i=0}^{12} 15 \times 10^i$$

$$= 15 + 150 + 1\,500 + \dots + 15 \times 10^{12}$$

$$= 15 \times (1 + 10 + 10^2 + \dots + 10^{12})$$

$$= 15 \times 1\,111\,111\,111\,111$$

$$= 16\,666\,666\,666\,665$$

C'est un nombre à 14 chiffres avec 12 six qui se lit : « 16 mille milliards 666 milliards 666 millions 666 mille 665 ».

Figure 3 : Réponse de Noé